Análisis Matemático II – Práctico 1

1. Clasificar la gráfica de cada ecuación y hallar las coordenadas del centro o vértice.

   a) $x^2 + y^2 - 6x + 4y + 9 = 0$
   b) $x^2 + 4y^2 - 6x + 16y + 21 = 0$
   c) $4x^2 - y^2 - 4x - 3 = 0$
   d) $y^2 - 4y - 4x = 0$
   e) $4x^2 + 3y^2 + 8x - 24y + 51 = 0$
   f) $4y^2 - 2x^2 - 8x - 4y - 15 = 0$
   g) $25x^2 - 10x - 200y - 119 = 0$
   h) $4x^2 + 4y^2 - 16y + 15 = 0$

2. Determinar la intersección con los planos coordenados.

   a) $\dfrac{x^2}{32} + \dfrac{y^2}{16} = 3z$
   b) $\dfrac{x^2}{25} - \dfrac{y^2}{10} = 4z$
   c) $\dfrac{x^2}{16} + \dfrac{y^2}{25} + \dfrac{z^2}{36} = 1$
   d) $\dfrac{x^2}{3} + \dfrac{y^2}{7} - 1 = \dfrac{z^2}{4}$

3. Hallar los puntos de intersección entre las ecuaciones dadas y representarlas.

   a) $x^2 - y = 3 \;\; ; x - y = 1$
   b) $x^2 + y^2 = 25 \;\; ; 2x + y = 10$
   c) $y^2 = 4 - x^2 \;\; ; y = x \;\; ; y = \sqrt{3}x$
   d) $y = 3 - x^2 \;\; ; y = x^4 + 1$

4. Mostrar que las ecuaciones polares de la primera columna, responden a las ecuaciones de la segunda columna.

   a) $r = 2$ $\qquad$ $x^2 + y^2 = 4$
   b) $\theta = \dfrac{\pi}{3}$ $\qquad$ $y = \sqrt{3}x$
   c) $r = \sec\theta$ $\qquad$ $x = 1$
   d) $r = 4\cos\theta$ $\qquad$ $(x-2)^2 + y^2 = 4$

5. Obtener un conjunto de ecuaciones paramétricas y simétricas de las siguientes rectas.

   a) Pasa por el origen y es paralela al vector $v = (1, 2, 3)$.

   b) Pasa por el punto $(-2, 3, 0)$ y es paralela al vector $v = 2i + 4j - 2k$.

   c) Pasa por los puntos $(1, 0, 1)$ y $(1, 3, -2)$.

   d) Pasa por el punto $(1, 0, 1)$ y es paralela a la recta dada por

   $$\begin{cases} x = 3 + 3t \\ y = 5 - 2t \\ z = -7 + t \end{cases}$$

   e) Pasa por el punto $(2, 3, 4)$ y es perpendicular al plano $3x + 2y - z = 6$.

6. Obtener la intersección de los planos con cada uno de los planos coordenados.

   a) $4x + 2y + 6z = 12$

   b) $2x - y + 3z = 4$

   c) $y + z = 5$

   d) $2x + y - z = 6$

7. Calcular el ángulo que forman los siguientes objetos geométricos.

   a) Las rectas dadas por $r = (-2, 3, -5) + t(4, -3, 1)$ y

   $$\frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-1}{3}$$

   b) La recta

   $$\frac{x+1}{2} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z-1}{1}$$

   y el plano $4x + 3y - 2z = 5$.

   c) Los planos a) y b) del ejercicio 6.

8. Identificar las siguientes superficies. Utilizar el Geogebra para graficarlas.

   a) $x^2 + 4y^2 - 16z^2 = 0$

   b) $x - 4y^2 = 0$

   c) $x^2 + 4y^2 + 16z^2 = 12$

   d) $x^2 - 4y^2 - 2z^2 = 0$

   e) $5x^2 + 2y^2 - 6z^2 - 10 = 0$

   f) $2x^2 + 4y^2 - 1 = 0$

g) $x^2 + y^2 + z^2 - 4 = 0$

h) $5x^2 + 2y^2 - 6z^2 + 10 = 0$

i) $x^2 + 2y^2 - 4z = 0$

j) $2x^2 - 3y^2 - 6 = 1$

k) $x - y^2 + 2z^2 = 0$

l) $x - y^2 - 6z^2 = 0$

9. Describir las trazas de $12x^2 + 9y^2 - 36z^2 = 36$ con cada uno de los planos coordenados.

10. Se hace girar la parábola de ecuación $x^2 = 4z$ en el plano xz alrededor del eje z. Hallar una ecuación para la superficie resultante.

11. Determinar los ejes del elipsoide $x^2 + 2y^2 + 3z^2 = 20$.